



INSO

19706-1

1st.Edition

2015

جمهوری اسلامی ایران
Islamic Republic of Iran

سازمان ملی استاندارد ایران

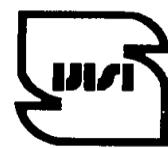
Iranian National Standardization Organization

استاندارد ملی ایران

۱۹۷۰۶-۱

چاپ اول

۱۳۹۳



عدم قطعیت اندازه گیری

قسمت ۱ :

مقدمه ای بر بیان عدم قطعیت اندازه گیری

Uncertainty of measurement-

Part1:

Introduction to the expression of
uncertainty in measurement

ICS: 17.020

به نام خدا

آشنایی با سازمان ملی استاندارد ایران

مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب بند یک مادهٔ ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات مؤسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱ تنها مرجع رسمی کشور است که وظیفه تعیین، تدوین و نشر استانداردهای ملی (رسمی) ایران را به عهده دارد.

نام موسسهٔ استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران به موجب یکصد و پنجاه و دومین جلسه شورای عالی اداری مورخ ۹۰/۶/۲۹ به سازمان ملی استاندارد ایران تغییر و طی نامه شماره ۲۰۶/۳۵۸۳۸ مورخ ۹۰/۷/۲۴ جهت اجرا ابلاغ شده است.

تدوین استاندارد در حوزه‌های مختلف در کمیسیون‌های فنی مرکب از کارشناسان سازمان، صاحب نظران مراکز و مؤسسات علمی، پژوهشی، تولیدی و اقتصادی آگاه و مرتبط انجام می‌شود و کوششی همگام با مصالح ملی و با توجه به شرایط تولیدی، فناوری و تجاری است که از مشارکت آگاهانه و منصفانهٔ صاحبان حق و نفع، شامل تولیدکنندگان، مصرفکنندگان، صادرکنندگان و واردکنندگان، مراکز علمی و تخصصی، نهادها، سازمان‌های دولتی و غیر دولتی حاصل می‌شود. پیش‌نویس استانداردهای ملی ایران برای نظرخواهی به مراجع ذی نفع و اعضای کمیسیون‌های فنی مربوط ارسال می‌شود و پس از دریافت نظرها و پیشنهادها در کمیتهٔ ملی مرتبط با آن رشته طرح و در صورت تصویب به عنوان استاندارد ملی (رسمی) ایران چاپ و منتشر می‌شود.

پیش‌نویس استانداردهایی که مؤسسات و سازمان‌های علاقه‌مند و ذی صلاح نیز با رعایت ضوابط تعیین شده تهیه می‌کنند در کمیتهٔ ملی طرح و بررسی و در صورت تصویب، به عنوان استاندارد ملی ایران چاپ و منتشر می‌شود. بدین ترتیب، استانداردهایی ملی تلقی می‌شوند که بر اساس مفاد نوشته شده در استاندارد ملی ایران شمارهٔ ۵ تدوین و در کمیتهٔ ملی استاندارد مربوط که سازمان ملی استاندارد ایران تشکیل می‌دهد به تصویب رسیده باشد.

سازمان ملی استاندارد ایران از اعضای اصلی سازمان بین‌المللی استاندارد (ISO)^۱، کمیسیون بین‌المللی الکترونیک (IEC)^۲ و سازمان بین‌المللی اندازه‌شناسی قانونی (OIML)^۳ است و به عنوان تنها رابط^۴ کمیسیون کدکس غذایی (CAC)^۵ در کشور فعالیت می‌کند. در تدوین استانداردهای ملی ایران ضمن توجه به شرایط کلی و نیازمندی‌های خاص کشور، از آخرین پیشرفت‌های علمی، فنی و صنعتی جهان و استانداردهای بین‌المللی بهره‌گیری می‌شود.

سازمان ملی استاندارد ایران می‌تواند با رعایت موازین پیش‌بینی شده در قانون، برای حمایت از مصرف کنندگان، حفظ سلامت و ایمنی فردی و عمومی، حصول اطمینان از کیفیت محصولات و ملاحظات زیست محیطی و اقتصادی، اجرای بعضی از استانداردهای ملی ایران را برای محصولات تولیدی داخل کشور و/یا اقلام وارداتی، با تصویب شورای عالی استاندارد، اجباری نماید. سازمان ملی تواند به منظور حفظ بازارهای بین‌المللی برای محصولات کشور، اجرای استاندارد کالاهای صادراتی و درجه‌بندی آن را اجباری نماید. همچنین برای اطمینان بخشیدن به استفاده کنندگان از خدمات سازمان‌ها و مؤسسات فعال در زمینهٔ مشاوره، آموزش، بازرگانی، ممیزی و صدور گواهی سیستم‌های مدیریت کیفیت و مدیریت زیست محیطی، آزمایشگاه‌ها و مراکز کالیبراسیون (واسنجی) وسائل سنجش، سازمان ملی استاندارد ایران این گونه سازمان‌ها و مؤسسات را بر اساس ضوابط نظام تأیید صلاحیت ایران ارزیابی می‌کند و در صورت احراز شرایط لازم، گواهینامهٔ تأیید صلاحیت به آن‌ها اعطا و بر عملکرد آن‌ها نظارت می‌کند. ترویج دستگاه بین‌المللی یکاهای کالیبراسیون (واسنجی) وسائل سنجش، تعیین عیار فلزات گرانبهای و انجام تحقیقات کاربردی برای ارتقای سطح استانداردهای ملی ایران از دیگر وظایف این سازمان است.

1- International Organization for Standardization

2 - International Electrotechnical Commission

3- International Organization of Legal Metrology (Organisation Internationale de Metrologie Legale)

4 - Contact point

5 - Codex Alimentarius Commission

کمیسیون فنی تدوین استاندارد

« عدم قطعیت اندازه گیری- قسمت ۱: مقدمه ای بر بیان عدم قطعیت اندازه گیری »

سمت و / یا نمایندگی

معاون مرکز اندازه شناسی سازمان ملی استاندارد ایران

رئیس :

محمدی لیواری ، احمد

(فوق لیسانس فیزیک)

دبیر :

مدیر آزمایشگاه کالیبراسیون پایش ابزار برتر

کعبی ، مریم

(لیسانس فیزیک)

اعضاء : (اسامی به ترتیب حروف الفبا)

کارشناس استاندارد

اسماعیلی شاندیز ، احمد

(لیسانس کشاورزی)

مدیر عامل شرکت پویندگان دنیای کیفیت

تبیریزی ، سودابه

(فوق لیسانس مدیریت صنعتی)

معاون پشتیبانی و نیروی انسانی اداره کل استاندارد

زارع زاده ، مجید

هرمزگان

(فوق لیسانس فیزیک)

معاون استاندارد سازی و آموزش اداره کل استاندارد

قلاسی مود ، فرحناز

خراسان رضوی

(فوق لیسانس تغذیه)

رئیس هیأت مدیره پویندگان دنیای کیفیت

صرفان ، سپیده

(فوق لیسانس مهندسی صنایع)

عضو هیأت مدیره کاوشگران بهره وری توسعه

کلالی ، فخر السادات

(لیسانس شیمی)

معیار سازه برتر مدیریان ، مسعود
(لیسانس مهندسی متالوژی)

سنچش گستر ایلیا معین ، کوروش
(لیسانس مهندسی الکترونیک)

رئیس اداره تایید صلاحیت استاندارد خراسان رضوی ملک زاده آراسته ، احمد
(لیسانس مهندسی مکانیک)

سازمان انرژی اتمی مهدی زاده صفار، حمید
(فوق لیسانس فیزیک)

مدیر عامل شرکت پایش ابزار برتر مهدی زاده صفار ، سعید
(لیسانس مهندسی شیمی)

رییس هیأت مدیره آرکا گستر قرون ناصری مود ، علی رضا
(فوق لیسانس مهندسی برق)

فهرست مندرجات

صفحه	عنوان
ب	آشنایی با سازمان ملی استاندارد
ج	کمیسیون فنی تدوین استاندارد
و	پیش گفتار
ز	مقدمه
۱	هدف و دامنه کاربرد
۱	مراجع الزامی
۲	عدم قطعیت اندازه گیری چیست؟
۷	مفاهیم . اصول پایه
۱۳	مراحل ارزیابی عدم قطعیت
۱۴	مرحله فرمول سازی؛ ایجاد یک مدل ریاضی
۱۷	مرحله محاسبه ارزیابی عدم قطعیت (انتشار خطأ و خلاصه سازی)
۲۳	عدم قطعیت اندازه گیری در ارزیابی انطباق
۲۴	کاربرد های روش کمترین توان های دوم

پیش‌گفتار

استاندارد " عدم قطعیت اندازه گیری-قسمت ۱: مقدمه ای بر بیان عدم قطعیت اندازه گیری " که پیش نویس آن در کمیسیون های مربوط توسط سازمان ملی استاندارد ایران تهیه و تدوین شده و در دویست و چهل و هشتاد و چهارمین اجلاس کمیته ملی استاندارد اندازه‌شناسی، اوزان و مقیاس‌ها مورخ ۹۳/۱۲/۱۰ مورد تصویب قرار گرفته است، اینک به استناد بند یک ماده ۳ قانون اصلاح قوانین و مقررات موسسه استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، مصوب بهمن ماه ۱۳۷۱، به عنوان استاندارد ملی ایران منتشر می‌شود.

برای حفظ همگامی و هماهنگی با تحولات و پیشرفت های ملی و جهانی در زمینه صنایع، علوم و خدمات، استانداردهای ملی ایران در موقع لزوم تجدید نظر خواهد شد و هر پیشنهادی که برای اصلاح و تکمیل این استانداردها ارائه شود، هنگام تجدید نظر در کمیسیون فنی مربوط مورد توجه قرار خواهد گرفت. بنابراین، باید همواره از آخرین تجدید نظر استانداردهای ملی استفاده کرد.

منبع و مأخذی که برای تهیه این استاندارد مورد استفاده قرار گرفته به شرح زیر است:

ISO/IEC GUIDE 98-1:2009,Uncertainty of measurement-Part1:Introduction to the expression of uncertainty in measurement

مقدمه

بیان عدم قطعیت اندازه گیری برای داوری در خصوص مناسبت و کفایت یک مقدار کمیت اندازه گیری شده ضروری است. در یک فروشگاه میوه و سبزیجات در هنگام خرید یک کیلوگرم میوه، اگر ترازو ها مقداری حدود دو گرم از وزن واقعی میوه به دست دهنند، مشتری راضی خواهد بود. اما، برای بررسی عملکرد صحیح، ابعاد اجزاء ژیرسکوب ها در سیستم های ناوبری خودکار هواپیما تجاری، با توانمندی یک در میلیون اندازه گیری می گردد. عدم قطعیت اندازه گیری یک مفهوم کلی مرتبط با هر اندازه گیری است و می تواند در فرآیندهای تصمیم گیری حرفة ای و همچنین قضاوت در خصوص ویژگی ها، در بسیاری از حوزه ها، هم در عرصه نظری و هم در عرصه تجربی به کار رود.

با افزایش درخواست اعمال رواداری ها در فرآورده های صنعتی، نقش عدم قطعیت اندازه گیری در ارزیابی انطباق براساس این رواداری ها افزایش یافته است. عدم قطعیت اندازه گیری در ارزیابی کیفیت و استاندارد های کیفیت، نقش اصلی را ایفا می کند.

اندازه گیری در اکثر فعالیت های انسانی شامل صنعتی، تجاری، علمی، بهداشت و درمان، ایمنی و محیط زیست حضور دارد و به این موارد هم محدود نمی شود. در تمامی این فعالیت ها، اندازه گیری به فرآیند تصمیم گیری کمک می کند. عدم قطعیت اندازه گیری، در انجام مقایسه، به کاربران مقدار یک کمیت اندازه گیری شده و همچنین در به دست آوردن احتمال تصمیم گیری نادرست بر اساس اندازه گیری و مدیریت ریسک های مربوط به پیامد این تصمیم گیری در ارزیابی انطباق کمک می کند.

این استاندارد مقدمه ای را بر عدم قطعیت اندازه گیری، ارائه می کند و از اصول احتمال در ارزیابی عدم قطعیت استفاده می کند.

عدم قطعیت اندازه گیری - قسمت ۱: مقدمه ای بر بیان عدم قطعیت اندازه گیری

۱ هدف و دامنه کاربرد

هدف از تدوین این استاندارد، ارائه رهنمودهایی برای ترویج برآورد صحیح عدم قطعیت اندازه گیری براساس GUM(به بند ۲ مراجعه شود) است.

این استاندارد در موارد زیر کاربرد دارد و البته به آن‌ها محدود نمی‌شود:

- فعالیت‌ها و مقررات علمی بصورت کلی؛
- فعالیت‌ها و مقررات صنعتی بصورت کلی؛
- آزمایشگاه‌های کالیبراسیون، آزمون و بازرگانی در صنعت و آزمایشگاه‌های مرتبط با سلامت، ایمنی و محیط‌زیست؛
- نهادهای ارزیابی و تایید صلاحیت

امید می‌رود که این استاندارد برای طراحان نیز مفید واقع شود، زیرا مشخصه فرآورده‌ای که الزامات بازرگانی و اندازه گیری مرتبط با آن در سطح بهتری پیاده سازی شده باشد می‌تواند منجر به الزامات ساخت سخت گیرانه کمتری شود. این استاندارد می‌تواند متوجه مراکز دانشگاهی نیز باشد، با این امید که دانشگاه‌های بیشتری، دروسی در رابطه با ارزیابی عدم قطعیت را در واحد‌های درسی خود لحاظ کنند. در نتیجه نسل جدید دانشجویان برای درک و ارائه بیان عدم قطعیت مرتبط با مقادیر کمیت اندازه گیری شده آماده می‌شوند و بنابراین درک بهتری از اندازه گیری به دست می‌آورند.

۲ مراجع الزامی

مدارک الزامی زیر حاوی مقرراتی است که در متن این استاندارد ملی ایران به آن‌ها ارجاع داده شده است. بدین ترتیب آن مقررات جزئی از این استاندارد ملی ایران محسوب می‌شود.

در صورتی که به مدرکی با ذکر تاریخ انتشار ارجاع داده شده باشد، اصلاحیه‌ها و تجدید نظرهای بعدی آن مورد نظر این استاندارد ملی ایران نیست. در مورد مدارکی که بدون ذکر تاریخ انتشار به آن‌ها ارجاع داده شده است، همواره آخرین تجدید نظر و اصلاحیه‌های بعدی آن‌ها مورد نظر است. استفاده از مراجع زیر برای این استاندارد الزامی است:

۱ استاندارد ملی ایران شماره ۴۷۲۳، سال ۱۳۹۰، واژه‌نامه اندازه شناسی مفاهیم پایه و عمومی و اصطلاحات مربوط

2- JCGM 100:2008. Evaluation of measurement data | Guide to the expression of uncertainty in measurement(GUM). Joint Committee for Guides in Metrology.

3- JCGM 101:2008. Evaluation of measurement data | Supplement 1 to the \Guide to the expression of uncertainty in measurement" | Propagation of distributions using a Monte Carlo method. Joint Committee for Guides in Metrology.

4- JCGM 200:2008. International Vocabulary of Metrology|Basic and general concepts and associated terms, 3rd Edition. Joint Committee for Guides in Metrology

5- ISO 3534-1:2006. Statistics { Vocabulary and symbols { Part 1: General statistical terms and terms used in probability.

6- ISO 3534-2:2006. Statistics { Vocabulary and symbols { Part 2: Applied statistics.

7- ISO 3534-3:1999. Statistics { Vocabulary and symbols { Part 3: Design of experiments.

۳ عدم قطعیت اندازه گیری چیست؟

۱-۳ هدف اندازه گیری تهیه اطلاعاتی درباره کمیت مورد نظر که به آن اندازه ده^۱ می گویند، می باشد (استاندارد ملی ایران شماره ۴۷۲۳، بند ۳-۳ را مشاهده نمایید). اندازه ده می تواند حجم یک ظرف، اختلاف پتانسیل دو سر یک باطری و یا غلظت جرمی سرب در یک فلاسک آب باشد.

۲-۳ هیچ اندازه گیری دقیق نیست. وقتی یک کمیت^۲ اندازه گیری می شود، نتیجه به سیستم اندازه گیری^۳، روش احرایی اندازه گیری^۴، مهارت کاربر ، محیط و سایر عوامل موثر بستگی دارد. حتی اگر کمیت چندین بار با همان روش و در همان شرایط محیطی اندازه گیری شود، با فرض اینکه سیستم اندازه گیری تفکیک پذیری^۵ کافی برای تمایز بین مقادیر نشان دهی^۶ داشته باشد ، یک مقدار نشان دهی متفاوت (مقدار کمیت اندازه گیری شده) در هر بار به دست خواهد آمد. این مقادیر نشان دهی به عنوان نمونه ای از یک کمیت نشان دهی در نظر گرفته می شود.

1-Measurand

2 -Quantity

3- Measuring system

4- Measurement procedure

5- Resolution

6 -Indication quantity

۳-۳ پراکندگی^۱ مقادیر نشان دهی به این که تا چه حد اندازه گیری درست انجام شده بستگی دارد . میانگین این مقادیر ، برآورده از مقدار کمیت واقعی به ما می دهد، که عموما از یک مقدار نشان دهی منفرد قابل اعتماد تر است. پراکندگی و تعداد مقادیر نشان دهی اطلاعاتی، مرتبط با مقدار میانگین به عنوان برآورده از مقدار کمیت واقعی به ما می دهد. هر چند، این اطلاعات عموما کافی نیستند.

۴-۳ سیستم اندازه گیری ممکن است مقادیر نشان دهی را به ما ارائه دهد که در اطراف مقدار کمیت واقعی پراکنده نشده اند بلکه با یک مقداری انحراف^۲ از آن، وجود دارند. اختلاف بین مقدار انحراف و مقدار کمیت کمیت واقعی اغلب مقدار خطای سیستماتیک^۳ نامیده می شود. ترازوی خانگی را در نظر بگیرید. فرض کنید صفر آن هنگام استفاده تنظیم نباشد. ولی مقدار انحراف از صفر مشخص باشد. مهم نیست که جرم شخص چند بار اندازه گیری می شود ، تاثیر این مقدار انحراف ذاتا در میانگین مقدار نشان دهی وجود دارد. به طور کلی، یک خطای سیستماتیک، به عنوان یک کمیت ، جزئی از خطایی است که ثابت می ماند یا با شیوه‌ی خاصی روی برخی کمیت‌ها دیگر موثر است.

۵-۳ دو نوع کمیت خطای اندازه گیری وجود دارد : سیستماتیک^۴ و تصادفی^۵. یک خطای سیستماتیک(برآورده از آنچه که به عنوان اربی^۶ اندازه گیری شناخته می شود)، به این واقعیت مربوط است که مقدار کمیت اندازه گیری شده شامل یک انحراف است. یک خطای تصادفی مربوط به این واقعیت است که هنگامی که اندازه گیری تکرار می شود عموما مقدار کمیت اندازه گیری شده ای را ارائه می دهد که با مقدار قبلی متفاوت است. این مورد به این دلیل تصادفی است که مقدار کمیت اندازه گیری شده بعدی، نسبت به مقادیر قبلی به طور دقیق قابل پیش بینی نیست. (چنانچه امکان پیش بینی وجود داشت، مجازی برای اثر ایجاد می شد!) به طور کلی، برای هر یک از انواع خطا می تواند سهمی وجود داشته باشد.

۶-۳ چالشی که در اندازه گیری وجود دارد این است که چگونه به بهترین وجه آنچه را که درباره اندازه ده آموخته ایم ، بیان کنیم. بیان مقادیر خطای سیستماتیک و تصادفی مربوط به اندازه گیری، در کنار بهترین تخمین از اندازه ده، رویکردی است که اغلب پیش از مقدمه راهنمایی بیان عدم قطعیت در اندازه گیری(GUM^۷)

1 -Dispersion

2 -Offset

3- Systematic error value

4- Systematic

5- Random

6- Measurement bias

۱-^۱ GUM) به کار برد می شد. GUM، بینش متفاوتی را درباره اندازه گیری، بخصوص راجع به چگونگی بیان کیفیت نتیجه اندازه گیری دارد. به جای بیان نتیجه اندازه گیری با ارائه بهترین برآورد اندازه ده، همراه با اطلاعاتی راجع به مقادیر خطای تصادفی و سیستماتیک (به شکل یک "آنالیز خطای")، روش GUM بیان نتیجه اندازه گیری به صورت بهترین برآورد از اندازه ده، در کنار عدم قطعیت اندازه گیری مربوط، است.

۷-۳ یکی از فرضیه های بنیادی GUM این است که مشخص کردن کیفیت اندازه گیری با در نظر گرفتن خطاهای سیستماتیک و تصادفی، بر اساس وضعیت قابل مقایسه و روشی که برای انجام این کار ارائه شده است، ممکن است(به ۷-۲ مراجعه شود). این روش، اطلاعاتی را که قبلا در یک "آنالیز خطای" ارائه شده تصحیح می کند و آن را از طریق مفهوم عدم قطعیت، بر یک پایه احتمالاتی قرار می دهد.

۸-۳ فرضیه بنیادی دیگر GUM عدم امکان بیان مقدار واقعی و منحصر به فردی از اندازه ده است، ولی اینکه تا چه اندازه به این مقدار شناخته شده می توانیم باور داشته باشیم ، امکان پذیر است. بنابراین عدم قطعیت اندازه گیری می تواند به صورت معیاری از میزان باور شخص نسبت به شناخت مقدار واقعی و منحصر به فرد اندازه ده، توصیف شود. این عدم قطعیت انعکاس دانش ناقص از اندازه ده است. نظریه "باور" نظریه مهمی است، چرا که اندازه شناسی را به سمتی سوق می دهد که لازم است نتایج اندازه گیری را از نظر احتمالاتی^۲ که درجه این باور را بیان می کنند، تعیین مقدار شوند.

۹-۳ مبحث فوق به اندازه گیری مستقیم کمیت مربوط می شود که اتفاقا به ندرت اتفاق می افتد . ترازو های حمام ممکن است یک کشش اندازه گیری شده با فنر را به برآورده از اندازه ده(جرم شخص روی ترازو) تبدیل می کنند. ارتباط خاص بین کشش و جرم از طریق کالیبراسیون ترازوها تعیین می گردد.

۱۰-۳ رابطه ای مانند آنچه در بند ۹-۳ آمد، قانونی برای تبدیل مقدار کمیت به مقدار مربوط به اندازه ده ایجاد می کند. چنین قانونی معمولا به عنوان مدل اندازه گیری^۳ و یا به طور ساده مدل شناخته می شود. در عمل انواع زیادی اندازه گیری و در نتیجه قوانین و یا مدل های بسیاری وجود دارد. حتی برای نوع خاصی از اندازه گیری

1- Guide to the expression of uncertainty in measurement

2- Probabilities

3-Measurement model

ممکن است بیش از یک مدل وجود داشته باشد. یک مدل ساده (برای مثال قانون تناسب که در آن جرم متناسب با کشش فنر می باشد) می تواند برای کاربرد روزانه خانگی کافی باشد. با جایگزینی، یک مدل پیشرفته تر اندازه گیری وزن، شامل اثرات اضافه ای مانند شناوری هوا، قابلیت به دست آوردن نتایج بهتری برای اهداف علمی و صنعتی را دارا خواهد بود. به طور کلی، اغلب، چندین کمیت متفاوت مانند دما ، رطوبت و جابه جایی وجود دارند که در تعریف اندازه ده مشارکت دارند و لازم است که اندازه گیری شوند.

۱۱-۳ زمانی که شرایط اندازه گیری دقیقاً تصریح نشده اند، عبارات تصحیح باید در مدل گنجانده شوند. این عبارات به مقادیر خطای سیستماتیک مربوط می شوند. وقتی برآورد از عبارت تصحیح داشته باشیم کمیت مربوط باید با آن تخمین تصحیح شود. حتی اگر برآورد صفر باشد، که اغلب این حالت اتفاق می افتد، عدم قطعیتی مرتبط با تخمین وجود خواهد داشت. مواردی از خطای سیستماتیک در اندازه گیری ارتفاع، وقتی که هم ترازی اسباب اندازه گیری کاملاً عمودی نیست و دمای محیط با آنچه تعیین شده متفاوت است به وجود می آید. هم ترازی اسباب اندازه گیری و دمای محیط دقیقاً تعیین نشده اند ولی اطلاعاتی راجع به این اثرات در دسترس است به طور مثال عدم هم ترازی حداکثر ۱/۰۰ درجه و دمای محیط در زمان اندازه گیری از مقدار تعیین شده ی حداکثر ۲ درجه سلسیوس تغییر می کند.

۱۲-۳ یک کمیت می تواند به زمان بستگی داشته باشد ، برای مثال واپاشی هسته ای با یک آهنگ خاص. چنین اثری باید در مدلی برای به دست آوردن اندازه ده مربوط به اندازه گیری در زمان داده شده، گنجانده شود.

۱۳-۳ علاوه بر داده های خام که مقادیر کمیت اندازه گیری شده را ارائه می دهند، شکل دیگری از داده ها وجود دارد که غالباً دریک مدل مورد نیاز هستند. بعضی از این داده ها به کمیت های که ثابت های فیزیکی را ارائه می دهند مرتبط هستند که هر یک از آن ها به طور ناقص شناخته شده اند . برای مثال ثابت های مادی مانند مدول کشسانی و گرمای ویژه. اغلب داده های وابسته دیگری که در کتابهای مرجع ، گواهینامه های کالیبراسیون و غیره داده شده اند، به عنوان تخمین کمیت های بیشتر در نظر گرفته می شوند.

۱۴-۳ بند های مورد نیاز یک مدل برای تعریف اندازه ده ، به عنوان کمیت های ورودی^۱ در یک مدل اندازه گیری شناخته می شوند. قانون یا مدل اغلب به عنوان یک رابطه تابعی مورد اشاره قرار می گیرد. کمیت خروجی^۲ در یک مدل اندازه گیری اندازه ده می باشد.

۱۵-۳ بصورت رسمی، کمیت خروجی که با Y نشان داده می شود و اطلاعاتی راجع به آن مورد نیاز است، اغلب با یک مدل اندازه گیری به شکل یک تابع اندازه گیری، به کمیت های ورودی که اطلاعاتی راجع به آنها در دسترس است و با X_1, \dots, X_N نشان داده می شوند، وابسته است.

$$Y=f(X_1, \dots, X_N). \quad \text{رابطه (۱)}$$

۱۶-۳ بیان کلی برای مدل اندازه گیری به صورت زیر می باشد

$$h(Y, X_1, \dots, X_N)=0. \quad \text{رابطه (۲)}$$

فرض بر این است که برای محاسبه Y بر اساس X_1, \dots, X_N موجود در رابطه ۲ یک روش اجرایی وجود دارد و Y منحصرا با این رابطه تعریف می شود.

۱۷-۳ مقادیر واقعی کمیت های ورودی X_1, \dots, X_N ناشناخته هستند. در روش ارائه شده، X_1, \dots, X_N به وسیله توزیع های احتمال مشخص می شوند و از نقطه نظر ریاضی، به عنوان متغیر های تصادفی تلقی می شوند. این توزیع ها احتمالات مربوط به مقادیر واقعی که در بازه های مختلف قرار گرفته اند را شرح می دهند و بر اساس اطلاعات موجود درباره X_1, \dots, X_N تعیین می شوند. گاهی اوقات، همه یا برخی از X_1, \dots, X_N وابسته به هم هستند و توزیع های مربوطه که به عنوان تابع توزیع توام شناخته می شوند، برای در کنار هم قرار دادن این کمیت ها به کار می روند. ملاحظات بعدی که تا حد زیادی برای کمیت های غیر وابسته (مستقل) به کار می روند، می توانند برای کمیت های وابسته به هم نیز بسط داده شوند.

1- Input quantity
2-Output quantity

۱۸-۳ به ترتیب ، تخمین های x_1, \dots, x_n از کمیت های ورودی X_1, \dots, X_N ، به دست آمده از گواهینامه ها و گزارش ها، ویژگی های سازندگان، آنالیز داده های اندازه گیری و مانند آن را در نظر بگیرید. توزیع های احتمال مشخص X_1, \dots, X_N طوری انتخاب شده اند که تخمین های x_1, \dots, x_n به ترتیب امید های ریاضی X_1, \dots, X_N در هستند. علاوه بر این، برای کمیت ورودی i ام، یک به اصطلاح عدم قطعیت استاندارد در نظر بگیرید ($u_i(x_i)$) در نظر بگیرید که به عنوان انحراف استاندارد کمیت ورودی i تعیین می شود. چنین گفته می شود که این عدم قطعیت استاندارد با تخمین i (مربوطه)، مرتبط است. بهترین حالت تخمین i این است که $(x_i) u^2$ کوچکتر از توان دوم مورد انتظار اختلاف i از هر مقدار دیگر باشد.

۱۹-۳ استفاده از اطلاعات موجود برای ایجاد یک توزیع احتمال جهت شناسایی هر کمیت مورد نظر برای i و همچنین Y به کار می رود. در مورد اخیر، توزیع احتمال مشخص برای Y توسط رابطه تابعی ۱ یا ۲ همراه با توزیع های احتمال i تعیین می شود. تعیین توزیع احتمال برای Y ، از این اطلاعات به عنوان انتشار خطا توزیع ها^۱ شناخته می شود.

۲۰-۳ همچنین اطلاعات اولیه درباره مقدار کمیت خروجی Y می تواند در نظر گرفته شود. برای ترازو های حمام خانگی، این واقعیت که جرم شخص مثبت است و این جرم یک شخص است که اندازه گیری می شود به جای جرم یک خودرو ، هر دوی اینها اطلاعات اولیه درباره مقادیر احتمالی اندازه ده در این مثال را تشکیل می دهند. چنین اطلاعات اضافه ای می تواند برای تهیه یک توزیع احتمال برای Y به کار برد شود که این توزیع احتمال می تواند انحراف استاندارد کوچکتری برای Y و در نتیجه یک عدم قطعیت استاندارد کوچکتر مربوط به تخمین Y ، به دست دهد.[۲۴، ۳، ۲]

۴ مفاهیم و اصول پایه

۱-۴ علاوه بر آنچه در بند ۳ آمده است، مفاهیم و اصول بنیادی تئوری احتمال که روش ارزیابی و بیان عدم قطعیت اندازه گیری در بر دارد، در استاندارد کمیته مشترک رهنمود های در اندازه شناسی ^۲ JCGM [۴] ارائه می شود. 105:2008

1 -Propagation

2 -Joint Committee for Guides in Metrology

۲-۴ عدم قطعیت اندازه گیری به صورت زیر تعریف می شود:

پارامتر غیر منفی که پراکندگی مقادیر کمیتی که به اندازه ده نسبت داده می شود را بر پایه اطلاعات به کار گرفته شده، مشخص می کند.

این تعریف با ملاحظات بند های ۳-۸ و ۳-۱۷ منطبق است.

۳-۴ در ارزیابی عدم قطعیت، دو نمایش از توزیع احتمال برای متغیر تصادفی X به کار می رود:

- تابع توزیع، یک تابع داده شده، برای هر مقدار از شناسه آن، احتمال اینکه X کمتر یا مساوی آن مقدار باشد و

- تابع چگالی احتمال، مشتق تابع توزیع

۴-۴ اطلاعات هر کمیت ورودی X_i در یک مدل اندازه گیری اغلب با بهترین تخمین x_i و عدم قطعیت استاندارد مربوطه $(x_i)_{ii}$ خلاصه می شود (به بند ۳-۱۸ مراجعه شود). اگر برای هر i و j وز X_i و X_j وابسته(نامستقل) باشند، اطلاعات خلاصه شده شامل اندازه استحکام این رابطه می باشد، که به عنوان کوواریانس یا همبستگی تعیین می شود. اگر X_i و X_j مستقل باشند، کوواریانس آن ها صفر است.

۵-۴ ارزیابی داده های اندازه گیری، در مدل اندازه گیری ۱ یا ۲، کاربرد اطلاعات موجود درباره کمیت های ورودی X_1, X_2, \dots, X_N که توسط توزیع های احتمال استفاده شده برای شناسایی آن ها نمایش داده شده اند، جهت حصول توزیع مربوط که کمیت خروجی Y را مشخص می کنند، می باشد. ارزیابی داده های اندازه گیری ممکن است شامل تعیین تنها یک شرح مختصر از توزیع اخیر باشد.

۶-۴ اطلاعات راجع به کمیت ورودی X_i از مقادیر نشان دهی تکرارشده (ارزیابی عدم قطعیت نوع A)، یا سنجش علمی یا سایر اطلاعات مرتبط با مقادیر احتمالی کمیت(ارزیابی عدم قطعیت نوع B) به دست می آید.

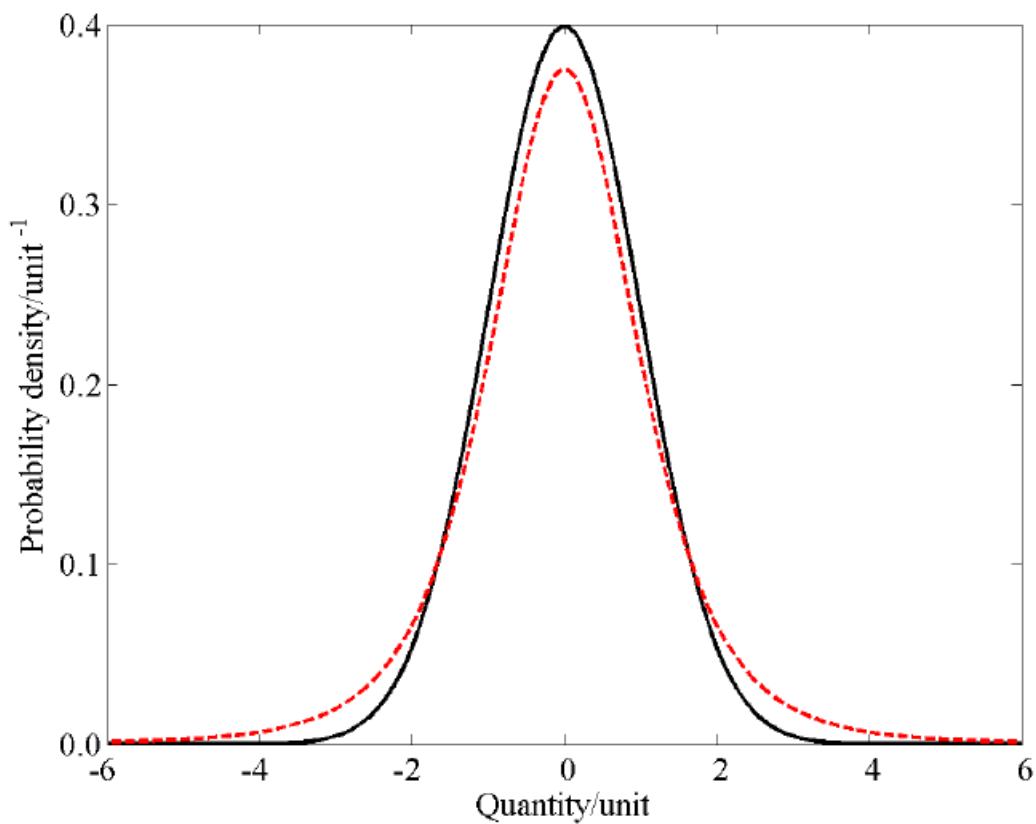
۷-۴ در ارزیابی عدم قطعیت اندازه گیری نوع A، اغلب چنین فرض می شود که توزیع، با بهترین توصیف از یک کمیت ورودی X برگرفته از مقادیر نشان دهنی تکراری آن (که به طور مستقل به دست آمده اند) یک توزیع نرمال^۱ است. بنابراین X دارای امید ریاضی برابر با میانگین مقدار نشان دهنی و دارای انحراف استاندارد برابر با انحراف استاندارد میانگین می باشد. زمانی که عدم قطعیت از تعداد کمی از مقادیر نشان دهنی ارزیابی می شود(که به عنوان نمونه های از یک مقدار نشان دهنی مشخص شده توسط یک توزیع نرمال در نظر گرفته می شود)، توزیع مربوطه می تواند بصورت یک توزیع t^2 در نظر گرفته شود. شکل یک، یک توزیع نرمال و (منحنی نقطه چین) یک توزیع تی با چهار درجه آزادی را نشان می دهد. سایر ملاحظات زمانی کاربرد دارند که مقادیر نشان دهنی به طور مستقل به دست نمی آیند.

۸-۴ برای ارزیابی عدم قطعیت نوع B، اغلب تنها اطلاعات موجود این است که X در بازه مشخص $[a,b]$ قرار می گیرد. در چنین حالتی، اطلاعات کمیت می تواند با یک توزیع احتمال مستطیلی با حد های a و b مشخص شود(شکل ۲ را ملاحظه نمایید). چنانچه اطلاعات متفاوتی در دسترس بودند، یک توزیع احتمال منطبق با آن اطلاعات به کار گرفته می شد.[۲۶]

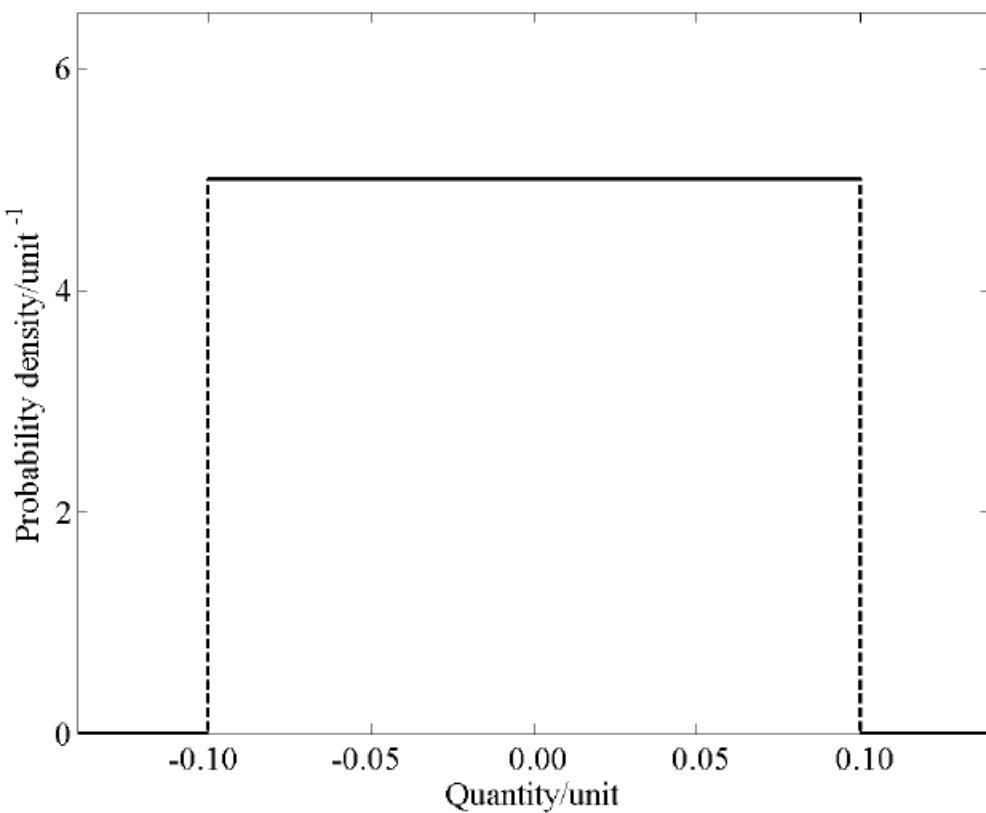
۹-۴ وقتی کمیت های ورودی X_1, \dots, X_N با توزیع های احتمال مناسب مشخص شده و مدل اندازه گیری ایجاد شده باشد توزیع احتمال برای اندازه Y ، به طور کامل توسط این اطلاعات مشخص می شود(به بند ۳-۱۹ مراجعه شود). به طور خاص از امید ریاضی Y به عنوان یک تخمین از Y و از انحراف استاندارد Y به عنوان عدم قطعیت استاندارد مربوط به این تخمین استفاده می شود.

۱۰-۴ شکل ۳ تابع اندازه گیری جمعی $Y = X_1 + X_2$ را در حالتی که X_1 و X_2 هر یک با یک توزیع احتمال مستطیلی متفاوت مشخص شده اند، به تصویر می کشد. در این حالت Y یک توزیع احتمال ذوزنقه ای متقارن دارد.

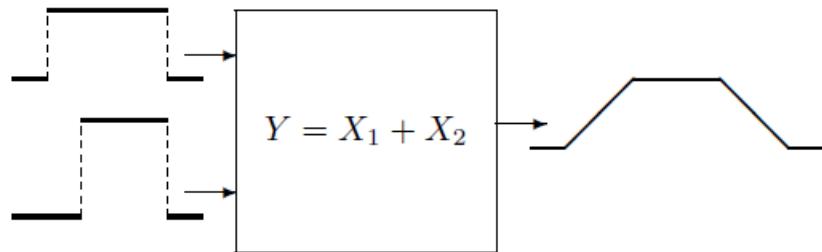
1 -Gaussian distribution
2- t-student distribution



شکل ۱- یک توزیع نرمال (منحنی پیوسته مشکی) و یک توزیع تی با درجه آزادی ۴ (منحنی نقطه چین) ("یکا" هر یکایی می تواند باشد)



شکل ۲- توزیع احتمال مستطیلی با حد های $-0.10 \leq X \leq 0.10$ یکا و $0 \leq Y \leq 5$ یکایی می تواند باشد)



شکل ۳- یک تابع اندازه گیری تجمعی با دو کمیت ورودی X_1 و X_2 که با توزیع احتمال مستطیلی مشخص شده اند

۱۱-۴ اغلب بازه ای شامل Y با یک احتمال معین مورد نیاز است. چنین بازه ای، بازه پوشش، می تواند از توزیع احتمال برای Y نتیجه شود. احتمال معین به عنوان احتمال پوشش شناخته می شود.

۱۲-۴ برای یک احتمال پوشش داده شده، بیش از یک بازه پوشش وجود دارد،

الف) بازه پوشش متقارن احتمالاتی، که احتمال های (جمع با منفی یک احتمال پوشش) یک مقدار از آن به سمت چپ و راست بازه مساوی هستند؛

ب) کوتاه ترین بازه پوشش، که طول آن در کل بازه های پوشش دارای احتمال پوشش یکسان، حداقل است.

۱۳-۴ شکل ۴ یک توزیع احتمال (یک توزیع نرمال درجه بندی شده و بریده شده که با منحنی کاهاشی نمایش داده می شود) با نقاط انتهایی کوتاه ترین بازه پوشش ۹۵٪ (خطوط عمودی پیوسته آبی رنگ) و نقاط انتهایی بازه پوشش متقارن احتمالاتی ۹۵٪ (خطوط منقطع قرمز رنگ) برای یک کمیت مشخص شده با این توزیع را نشان می دهد. توزیع غیر متقارن است و دو بازه پوشش متفاوت هستند (بوبره نقاط انتهایی سمت راست آن ها). کوتاه ترین بازه پوشش در نقطه انتهایی سمت چپ در صفر، دارای کوچکترین مقدار احتمالی کمیت است. در این حالت، بازه پوشش متقارن احتمالاتی ۱۵٪ طولانی تر از کوتاه ترین بازه پوشش است.

۱۴-۴ ضرایب حساسیت c_1, \dots, c_N اینکه چگونه تخمین y از Y با یک تغییر جزئی در تخمین های x_1, \dots, x_n از کمیت های ورودی X_1, \dots, X_N تحت تاثیر قرار می گیرد را شرح می دهنند. برایتابع اندازه گیری c_i برابر با مشتق جزئی مرتبه اول از f نسبت به X_i می باشد که در $X_1=x_1$ و $X_2=x_2$ ارزیابی شده است. برایتابع اندازه گیری خطی

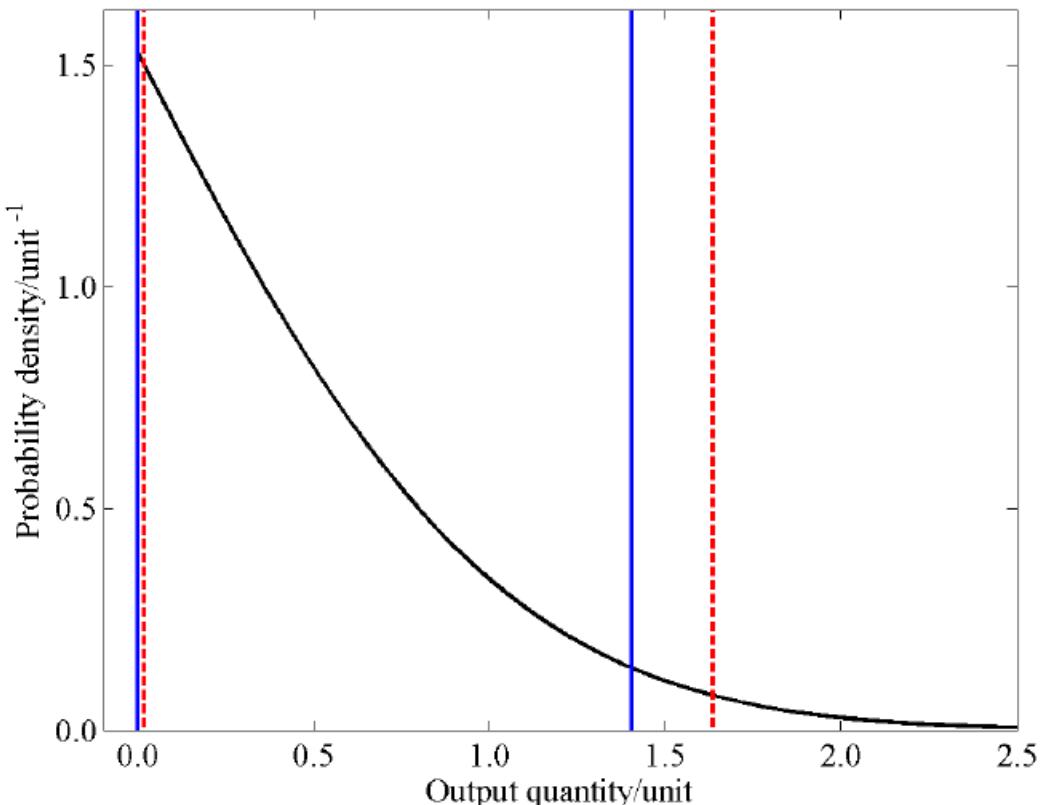
$$Y = c_1 X_1 + \dots + c_N X_N , \quad (3)$$

با X_1, \dots, X_N مستقل، تغییری برابر $(x_i) u(x_i)$ در X_i منجر به تغییری معادل با $c_i u(x_i)$ در y می شود به طور کلی این عبارت، تقریبی برای مدل های اندازه گیری (۱) و (۲) می باشد (به بند ۷-۲-۴ مراجعه شود). مقادیر نسبی عبارت $|c_i| u(x_i)$ در ارزیابی سهم مربوطه از کمیت های ورودی در عدم قطعیت استاندارد $(y) u(y)$ مربوط به y مفید خواهند بود.

۱۵-۴ عدم قطعیت استاندارد $(y) u(y)$ مربوط به تخمین y از کمیت خروجی Y از مجموع $|c_i| u(x_i)$ به دست نیامده است بلکه این عبارت ها بصورت مربع با هم ترکیب می شوند (عبارتی که عموماً تقریبی برای مدل های اندازه گیری (۱) و (۲) می باشد).

$$u^2(y) = c_1^2 u^2(x_1) + \dots + c_N^2 u^2(x_N) \quad \text{رابطه (۴)}$$

۱۶-۴ هنگامی که مقادیر ورودی X_i وابستگی هایی داشته باشند، رابطه (۴) با عبارت هایی که شامل کوواریانس است تکمیل می شود که ممکن است $(y)u$ را افزایش یا کاهش دهد.



شکل ۴- کوتاه ترین بازه پوشش ۹۵٪ (نقاط انتهایی با خطوط عمودی پیوسته آبی رنگ نشان داده شده اند) و بازه پوشش ۹۵٪ متقارن احتمالاتی (قرمز منقطع) برای یک کمیت مشخص شده توسط تابع نرمال درجه بندی شده و بریده شده ("یکا" هر یکایی می تواند باشد)

۵ مراحل ارزیابی عدم قطعیت

۱-۵ فرمول بندی و محاسبات، مراحل اصلی ارزیابی عدم قطعیت را تشکیل می دهند، که مورد اخیر شامل انتشار خطا و خلاصه سازی می باشد.

۲-۵ مرحله فرمول بندی(بند ۶ را ملاحظه کنید) شامل موارد زیر است

الف) تعریف کمیت خروجی Y (اندازه ۵۵)

ب) شناسایی کمیت های ورودی که Y به آن ها بستگی دارد

پ) ایجاد یک مدل اندازه گیری مرتبط با Y برای کمیت های ورودی، و

ت) تخصیص توزیع های احتمال – نرمال، مستطیلی، و غیره – به کمیت های ورودی بر اساس اطلاعات موجود (یا تخصیص توزیع احتمال توأم به کمیت های ورودی که مستقل نیستند).

۳-۵ مرحله محاسبه (به بند ۷ مراجعه نمایید) شامل انتشار خطا توزیع های احتمال برای کمیت های ورودی از طریق مدل های اندازه گیری، جهت به دست آوردن توزیع احتمال برای کمیت خروجی Y و خلاصه سازی با استفاده از این توزیع برای به دست آوردن موارد زیر است

الف) امید ریاضی Y که بصورت تخمین y از Y در نظر گرفته می شود.

ب) انحراف استاندارد Y که بصورت انحراف استاندارد $(y)u$ مربوط y می باشد،

ج) یک بازه پوشش در بر گیرنده Y با یک احتمال پوشش معین

۶ مرحله فرمول بندی: ایجاد یک مدل اندازه گیری

۱-۶ مرحله فرمول بندی ارزیابی عدم قطعیت شامل ایجاد یک مدل اندازه گیری، ترکیب تصحیح ها و سایر اثراتی همانگونه که ضروری است، می باشد. در برخی زمینه های اندازه گیری، این مرحله می تواند بسیار مشکل باشد. این مرحله همچنین شامل کاربرد اطلاعات موجود جهت مشخص کردن کمیت های ورودی در مدل توسط توزیع های احتمال است. [6] JCGM 103 راهنمایی برای ایجاد و کار با مدل اندازه گیری ارائه می دهد. تخصیص توزیع های احتمال به کمیت های ورودی در یک مدل اندازه گیری، در [6] JCGM 101:2008 و [5] JCGM 102 لحاظ شده است.

۲-۶ ابتدا یک مدل اندازه گیری مرتبط با کمیت های ورودی به کمیت خروجی ایجاد می شود. ممکن است بیش از یک کمیت خروجی وجود داشته باشد (به بند ۵-۶ مراجعه نمایید). مدل بر اساس زمینه های تئوری و تجربی یا هر دو شکل می گیرد و عموماً به دستور العمل های اندازه شناسی، الکتریکی، ابعادی، دمایی، جرم و غیره بستگی دارد. سپس مدل با عباراتی شامل کمیت های ورودی بیشتر، تشریح اثراتی که بر اندازه گیری موثرند، تکمیل می شود.[6] راهنمایی برای مدیریت این اثرات اضافی که می توانند به دو گروه اثرات سیستماتیک و تصادفی طبقه بندی شوند ارائه می دهد.

۳-۶ JCGM 103 نسبت به GUM رده های جامع تری را در نظر می گرد و مدل را بر این اساس طبقه بندی می کند که:

- الف) شامل کمیت های درگیر حقیقی یا مختلط باشند،
- ب) مدل اندازه گیری به شکل عمومی (۲) در باید یا بتواند بصورت یکتابع اندازه گیری(۱) بیان شود، و
- پ) یک کمیت خروجی تک مقداری یا بیش از یک کمیت خروجی وجود داشته باشد (به بند ۵-۶ مراجعه نمایید)

در گروه الف، کمیت های مختلط به ویژه در اندازه شناسی الکتریکی و همچنین در اندازه شناسی اپتیکی و اکوستیکی رخ می دهد. در گروه ب، برای یکتابع اندازه گیری کمیت خروجی مستقیماً بصورت فرمولی شامل کمیت های ورودی بیان می شود، و برای یک مدل اندازه گیری کلی معادله ای برای کمیت خروجی با در نظر گرفتن کمیت های ورودی حل می شود(به بند ۵-۶ مراجعه شود).

۴-۶ مثال هایی از جنبه های مختلف گستره دستورالعمل های اندازه شناسی در JCGM 103 شرح داده شده است. راهنمایی بر جنبه های آنالیز عددی که در ارتباط با این مثال ها ایجاد می شود، ارائه شده است. همچنین راهنمایی شامل کاربرد تغییرات متغیر ها است به طوری که همه یا برعی از کمیت های نتیجه شده ناهمبسته باشند یا فقط کمی همبسته باشند.

۵-۶ JCGM 101 و GUM بر مدل های اندازه گیری تمرکز می کنند که به شکل تابع های اندازه گیری دارای یک کمیت خروجی تک مقداری Y باشند. به هر حال بسیاری از مشکلات اندازه گیری به دلیل وجود بیش

از یک کمیت خروجی که به یک مجموعه مشترک از کمیت های ورودی وابسته هستند، ایجاد می شود. این کمیت های خروجی به صورت Y_1, Y_2, \dots نشان داده می شوند. مثال هایی شامل (الف) که یک کمیت خروجی، مختلط باشد و با در نظر گرفتن اجزائ قابل تصور و حقیقی آن (یا مقدار و حالت آن) نمایش داده شود، (ب) کمیت های که عوامل یک تابع کالیبراسیون را نمایش می دهند و (ج) کمیت های که هندسه سطح یک مصنوع را شرح می دهد، می باشند. GUM به طور مستقیم چنین مدل هایی را عنوان نمی کند، اگر چه مثال هایی در رابطه با مقاومت القایی و همزمان و کالیبراسیون دماسنجد ارائه داده است.

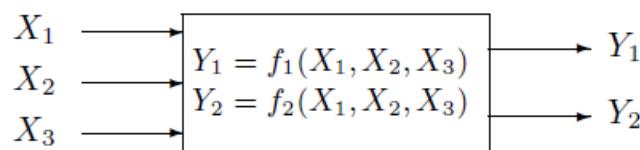
۶-۶ مرحله فرمول بندی ارزیابی عدم قطعیت برای حالتی که بیش از یک اندازه ده وجود داشته باشد، مشابه آنچه در یک مدل اندازه گیری برای یک اندازه ده تک مقدار انجام می شود، است. این مرحله شامل ایجاد یک مدل و تعیین توزیع های احتمال برای کمیت های ورودی بر اساس اطلاعات موجود می باشد. برای مدل اندازه گیری با یک کمیت خروجی تک مقدار، یک تخمین از هر کمیت ورودی و یک عدم قطعیت استاندارد مربوط به آن تخمین (و احتمالا کوواریانس های مربوط به یک جفت از تخمین ها) وجود دارد علاوه بر این، از آن جایی که در کل هر کمیت خروجی به همه کمیت های ورودی وابسته است علاوه بر تعیین تخمین های از این کمیت های خروجی و عدم قطعیت های استاندارد مربوط به این تخمین ها، ارزیابی کوواریانس های مربوط به همه جفت های این تخمین ها مورد نیاز است.

۷-۶ مشابه(رونوشت) تابع اندازه گیری (۱) برای m کمیت خروجی به شکل زیر است:

(رابطه(۵)

$$Y_1 = f_1(X_1, \dots, X_N), \quad Y_2 = f_2(X_1, \dots, X_N), \dots, \quad Y_m = f_m(X_1, \dots, X_N),$$

که در آن m تابع f_1, \dots, f_m وجود دارد شکل ۵ چنین تابع اندازه گیری را به تصویر می کشد.

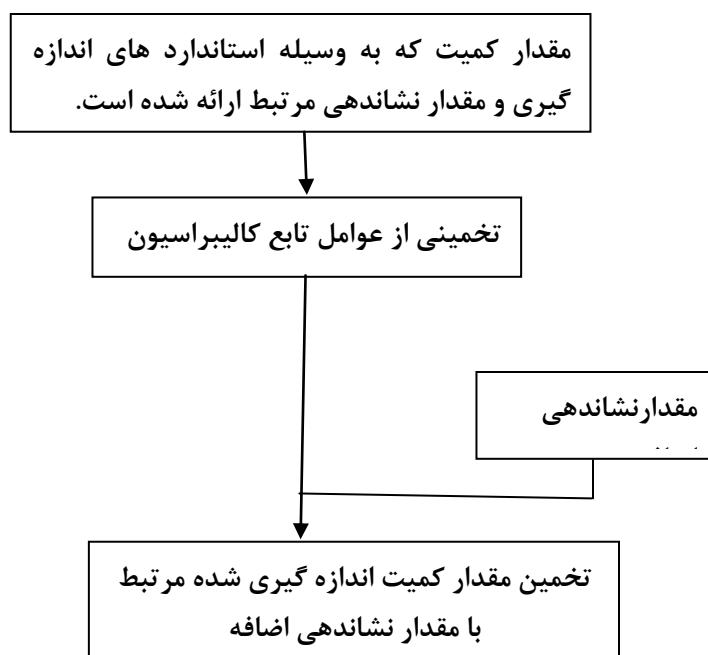


شکل ۵- یک تابع اندازه گیری با سه کمیت ورودی X_1, X_2, X_3 و دو کمیت خروجی Y_1, Y_2

۸-۶ مدل های اندازه گیری چند مرحله ای که در آن ها کمیت های خروجی مراحل قبلی، کمیت های ورودی مراحل بعد می شوند، نیز در 103 GCJM مورد بحث قرار می گیرند. یک مثال معمولی از مدل اندازه گیری چند مرحله ای به ساخت و استفاده ازتابع کالیبراسیون مربوط می شود.(به شکل ۶ مراجعه نمایید):

الف) مقادیر کمیت داده شده که توسط استاندارد های اندازه گیری ارائه شده اند و مقادیر نشان دهی مربوطه که توسط سیستم اندازه گیری ارائه شده اند، تخمین های عوامل تابع کالیبراسیون را تعیین می کنند. عدم قطعیت های استاندارد مربوط به مقادیر کمیت اندازه گیری شده و مقادیر نشان دهی، عدم قطعیت های استاندارد مرتبط با این تخمین ها و عموما کوواریانس های مربوط به همه جفت های این تخمین ها را ایجاد می کند.

ب) یک مقدار نشان دهی بیشتر، تابع کالیبراسیون را برای فراهم ساختن مقدار کمیت اندازه گیری شده متناظر ارزیابی می کند. این مرحله شامل معکوس تابع کالیبراسیون می باشد عدم قطعیت های استاندارد و کوواریانس های مربوط به تخمین های عوامل تابع کالیبراسیون، همراه با عدم قطعیت استاندارد مربوط به مقدار نشان دهی بیشتر، یک عدم قطعیت استاندارد مربوط به مقدار کمیت اندازه گیری شده را نتیجه می دهد.



شکل ۶-الف- یک مدل اندازه گیری دو مرحله ای برای تابع کالیبراسیون که مقادیر کمیت آن با استاندارد های اندازه گیری ارائه شده اند و مقادیر نشان دهی مرتبط برای ایجاد تخمین های عوامل تابع کالیبراسیونی که یک مقدار نشان دهی اضافه داده شده برای تخمین مرتبط با مقدار کمیت اندازه گیری شده به کار گرفته شده، مورد استفاده قرار می گیرند.

۷ مرحله محاسبه ارزیابی عدم قطعیت(انتشار خطا و خلاصه سازی)

۱-۷ کلیات

۱-۱-۷ مرحله انتشار خطا ارزیابی عدم قطعیت که به عنوان انتشار خطا توزیع ها شناخته می شود، که روش های گوناگونی برای آن در دسترس است، شامل

الف) چارچوب عدم قطعیت GUM، ترکیب کاربرد قانون انتشار خطا عدم قطعیت و مشخص کردن کمیت خروجی Y توسط توزیع نرمال یا توزیع تی (به بند ۲-۷ مراجعه کنید)

ب) روش های تحلیلی که در آن آنالیز ریاضی برای نتیجه گیری یک شکل جبری برای توزیع احتمال Y به کار می رود (به بند ۳-۷ مراجعه کنید)

ج) روش مونت کارلو^۱ (MCM) که در آن تقریبی برایتابع توزیع Y ، با ساخت نمودار های تصادفی از توزیع های احتمالی برای کمیت های ورودی، و ارزیابی مدل در مقادیر نتیجه شده، ایجاد می شود (به بند ۴-۷ مراجعه شود).

۲-۱-۷ برای هر مسئله ارزیابی عدم قطعیت خاص، رویکرد الف، ب و ج (یا سایر رویکردها) به کار می روند،

الف) عموماً بصورت تقریبی، ب) دقیق ج) ارائه یک راه حل با درستی عددی که می تواند کنترل شود .

۳-۱-۷ کاربرد رویکردهای الف و ج برای تابع های اندازه گیری با هر تعداد کمیت خروجی و مدل های اندازه گیری کلی، در بند ۵-۷ در نظر گرفته شده است.

۲-۷ چارچوب عدم قطعیت GUM

۱-۲-۷ چارچوب عدم قطعیت GUM (در شکل ۷ به تصویر کشیده شده است) موارد زیر را برای ایجاد یک تخمین y از کمیت خروجی Y و عدم قطعیت مربوطه $(y)u$ به کار می برد:

الف) بهترین تخمین x_i از کمیت های ورودی X_i

^۱ Monte Carlo method

ب) عدم قطعیت های استاندارد (x_i) مربوط به x_i

ج) ضرایب حساسیت c_i (به بند ۱۴-۴ مراجعه کنید).

۲-۲-۷ متغیر بند ۱-۲-۷ زمانی اعمال می شود که کمیت های ورودی دو به دو وابسته هستند (در شکل ۷ نشان داده نشده است). با توجه به اینکه توزیع احتمال y نرمال است، یک بازه پوشش مرتبط با احتمال پوشش معین برای y تعیین می شود. وقتی درجه آزادی مربوط به هر (x_i) محدود های باشد، یک درجه آزادی (موثر) مربوط به (y) تعیین می شود و توزیع احتمال برای y بصورت توزیع تی به دست می آید.

۳-۲-۷ موقعیت های بسیاری وجود دارد که چارچوب عدم قطعیت GUM می تواند در آن ها اعمال شود و به اظهار نظر های معتبری از عدم قطعیت راهبری کند. چنانچه تابع اندازه گیری در کمیت های ورودی خطی باشد و توزیع های احتمال برای این کمیت ها نرمال باشند، چارچوب عدم قطعیت GUM نتایج دقیقی ارائه می دهد. حتی زمانی که این شرایط برقرار نشده باشند، اغلب این روش می تواند به میزان کافی خوب برای اهداف عملی کار کند.

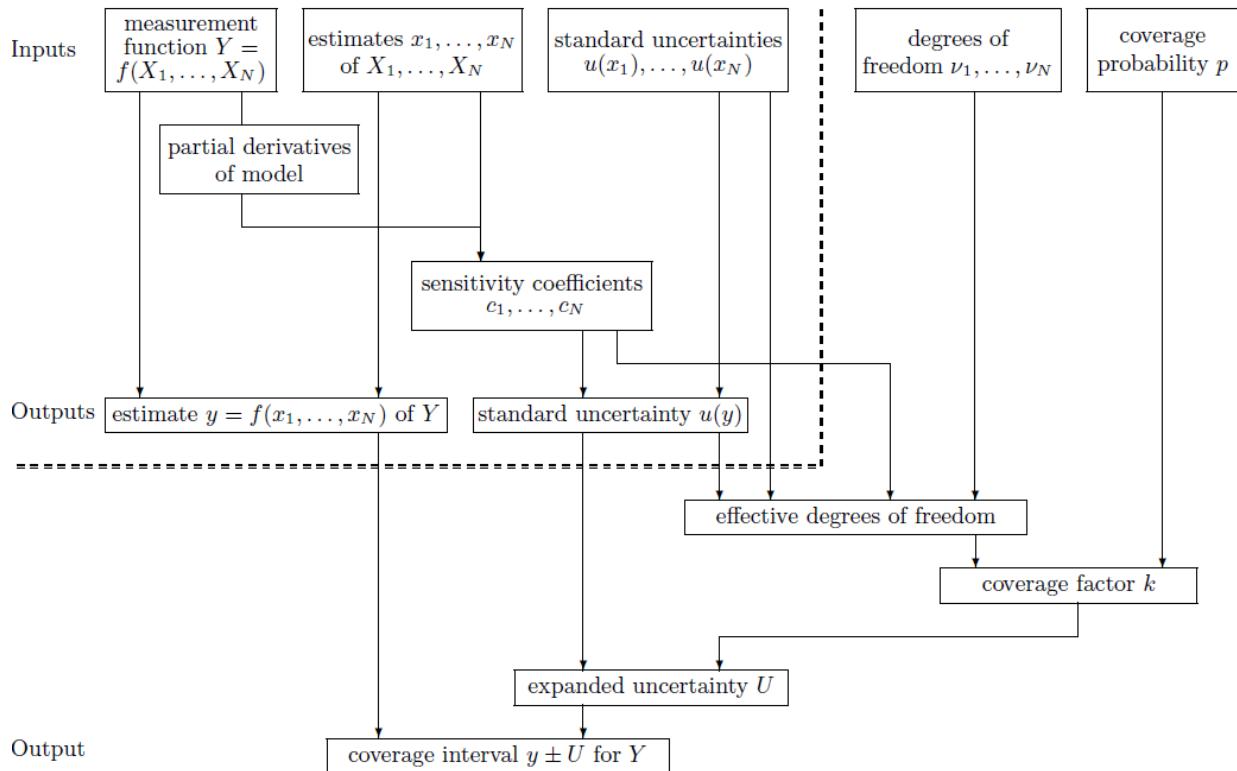
۴-۲-۷ موقعیت هایی وجود دارد که ممکن است چارچوب عدم قطعیت GUM برای آن ها کافی نباشد، شامل مواردی که در آن ها :

الف) تابع اندازه گیری غیرخطی است؛

ب) توزیع های احتمال برای کمیت های ورودی نامتقارن هستند؛

پ) توزیع های عدم قطعیت $|c_1|u(x_1), \dots, |c_N|u(x_N)$ (به بند ۱۰-۴-۴ مراجعه نمایید) به طور تقریبی دارای یک اندازه نیستند؛

ت) توزیع احتمال برای کمیت خروجی، هم نامتقارن باشد، هم این که توزیع نرمال یا توزیع تی نباشد.



شکل ۷- ارزیابی عدم قطعیت اندازه گیری با استفاده از چارچوب عدم قطعیت GUM ، قسمت بالا سمت چپ شکل (مشخص شده با خطوط خیلی مربوط به دست آوردن تخمین y از کمیت خروجی Y و عدم قطعیت استاندارد مربوطه $u(y)$ می باشد، و باقی مانده مربوط به تعیین بازه پوشش برای Y است.

۵-۲-۷ استفاده از چارچوب عدم قطعیت GUM هنگامی مشکل تر می شود که تشکیل مشتقات جزئی(یا تقریب های عددی به آن ها) برای یک مدل اندازه گیری، آنگونه که توسط قانون انتشار خطأ عدم قطعیت (احتمالاً با شرایط ویژه) مورد نیاز است، پیچیده باشد. یک رفتار معتبر گاهی اوقات آماده تر برای اجرا، با اعمال اجرای مناسب مونت کارلو از انتشار خطأ توزیع ها به دست می آید(به بند ۴-۷ مراجعه کنید).

۳-۷ روش های تحلیلی

۱-۳-۷ روش های تحلیلی که به وسیله آن ها یک شکل جبری برای توزیع احتمال کمیت خروجی به دست می آید، هیچ تقریبی را نشان نمی دهد، ولی می توانند تنها در موارد نسبتا ساده اعمال شود. رفتاری از چنین روش های در دسترس است [۱۲و۸]. بعضی موارد که می تواند برای یک تعداد کلی N از کمیت های ورودی به کار گرفته شوند،تابع های اندازه گیری خطی هستند(به بند ۳ مراجعه شود)، در آن ها توزیع های احتمال برای همه کمیت های ورودی نرمال و یا مستطیلی با پهنهای یکسان هستند. نمونه ای با دو کمیت ورودی ($N=1$) که توزیع های احتمال برای کمیت های ورودی آن مستطیلی و توزیع احتمال برای کمیت خروجی ذوزنقه ای است [۱۰]، در شکل ۳ به تصویر کشیده شده است

۲-۳-۷ در مواردی که یک کمیت ورودی ($N=1$) وجود دارد اغلب می توان بصورت تحلیلی با استفاده از یک فرمول برای مشتق گیری جبری یک توزیع احتمال برای کمیت خروجی رفتار کرد چنین مواردی در تبدیل یکاهای اندازه گیری بروز می کنند، برای مثال تبدیل از یکاهای خطی به یکاهای لگاریتمی [۱۰،صفحه های ۹۵-۹۶] [۹۸]

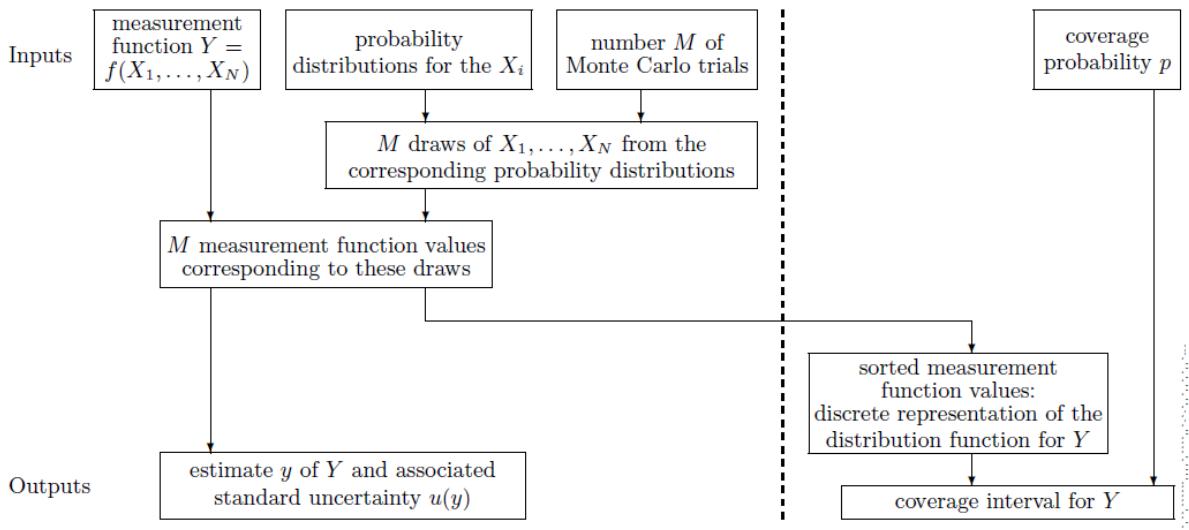
۳-۳-۷ یک مزیت راه حل جبری این است که نگرشی از طریق نمایش وابستگی توزیع احتمال برای کمیت خروجی بر عوامل توزیع احتمال برای کمیت های ورودی ارائه می دهد.

۴-۷ روش مونت کارلو

۱-۴-۷ JCGM 101:2008 اطلاعات تفضیلی در باره روش مونت کارلو به عنوان یک اجرای انتشار خطا توزیع ها را ارائه می دهد. نسبت به چارچوب عدم قطعیت GUM، روش مونت کارلو از شروط کمتری مربوط به کاربرد خود بر خوردار می باشد. شکل ۸ این روش اجرایی را به تصویر می کشد. JCGM 101:2008 مثال هایی برای مقایسه MCM (روش مونت کارلو) با کاربرد چارچوب عدم قطعیت GUM به ما ارائه می دهد.

۲-۴-۷ JCGM 101:2008 یک روش اجرایی MCM توافقی که در آن تعدادی آزمایه های مونت کارلو به طور خودکار با استفاده از اندازه ای از همگرائی روند کلی تعیین می شود، ارائه می دهد.

۳-۴-۷ در JCGM 101:2008 روش اجرایی وجود دارد که MCM را برای تصمیم گیری در مورد اینکه آیا اعمال چارچوب عدم قطعیت GUM در هر مورد خاص معتبر می باشد یا نه، به کار می گیرد.



شکل-۸- ارزیابی عدم قطعیت اندازه گیری با استفاده از روش مونت کارلو، که قسمت چپ خط چین شکل مربوط به به دست آوردن یک تخمین عاز کمیت خروجی Y و عدم قطعیت استاندارد مربوطه ($u(y)$) و باقی مربوط به تعیین یک بازه پوشش برای Y است

۵-۷ مدل های اندازه گیری با هر تعداد کمیت خروجی

۱-۵-۷ به منظور ارزیابی عدم قطعیت ها و کوواریانس های مرتبط با تخمین های کمیت های خروجی برای مدل های اندازه گیری با هر تعداد کمیت خروجی همانگونه که در JCGM 101:2008 رفتار شده است، هر دوی چارچوب عدم قطعیت GUM و MCM نیازمند بسط (توسیع) می باشد. GUM، چنین بسطی از چارچوب عدم قطعیت GUM را قبل از این تنهایا در مثال ها آن را در نظر می گیرد.

۲-۵-۷ در [۵] JCGM 102، این گونه بیان شد که قانون انتشار خطا عدم قطعیت که جزء اصلی چارچوب عدم قطعیت GUM است، هنگامی که بر روی یک مدل اندازه گیری دارای یک کمیت خروجی تک مقدار اعمال می شود، می تواند به طور مختصر بصورت یک ماتریس هم ارزی بیان شود. بیان ماتریسی این مزیت را دارد که به عنوان اساس اجرا در نرم افزار و برای بسط دادن به انواع کلی تری از مدل های اندازه گیری مفید واقع می شود.

۳-۵-۷ بسط نامبرده شده در JCGM 102 برای یکتابع اندازه گیری دارای هر تعداد کمیت خروجی ارائه شده است. همچنین بسط یک مدل اندازه گیری کلی با هر تعداد کمیت خروجی (به بند ۱۶-۳ مراجعه نمایید) در JCGM 102 انجام شده است.

۴-۵-۷ همچنین 102 JCGM برای مدل های اندازه گیری با هر تعداد کمیت خروجی روش مونت کارلو را اعمال می کند. یک نمایش مجزا از توزیع احتمال برای کمیت های خروجی تهیه شده است. عبارت هایی برای تخمین های کمیت های خروجی، عدم قطعیت های استاندارد مربوط به این تخمین ها و کوواریانس های مربوط به جفت های این تخمین ها به جای آن نمایش ارائه می شوند.

۵-۵-۷ علاوه بر به دست آوردن تخمین هایی از کمیت های خروجی، به همراه عدم قطعیت های استاندارد و کوواریانس های مربوطه، ممکن است به دست آوردن ناحیه ای در بر گیرنده کمیت های خروجی با یک احتمال (پوشش) معین مورد نیاز باشد. طبیعی است که بسط را برای ناحیه های بازه پوشش متقارن احتمالاتی و کوتاه ترین بازه پوشش در نظر بگیریم. به هر حال، هیچ همتای طبیعی برای بازه پوششی متقارن احتمالاتی در شکل یک ناحیه پوشش وجود ندارد، در حالی که برای کوتاه ترین بازه پوشش وجود دارد. تعیین کوچکترین ناحیه پوشش عموماً کار دشواری است.

۶-۵-۷ در برخی موقعیت ها ایجاد یک ناحیه پوششی تقریبی که دارای فرم هندسی ساده ای باشد منطقی است. دو فرم خاص از ناحیه پوشش در این باره در نظر گرفته می شود. یک فرم از مشخص کردن کمیت های خارجی به وسیله توزیع نرمال مشترک نتیجه می شود، برای مثال بر اساس قضیه حد مرکزی که در آن کوچکترین ناحیه پوشش توسط یک فوق بیضی مرز بندی می شود. فرم دیگر یک ناحیه پوشش فوق مستطیلی را تشکیل می دهد روش های اجرایی برای به دست آوردن این فرم ها در 102 JCGM ارائه شده است.

۸ عدم قطعیت اندازه گیری در ارزیابی انطباق

۱-۸ ارزیابی انطباق حوزه ای مهم در کنترل کیفیت کارخانه ای، اندازه شناسی قانونی، و نگهداری سلامت و ایمنی می باشد. در بازرگانی صنعتی اجزاء ساخته شده، تصمیمات با در نظر گرفتن قابل مقایسه بودن اجزاء با ویژگی طرح گرفته می شود. موارد مشابه در مفاد قوانین (انتشار آلودگی ها، برتو دهی، داروها، کنترل دوپینگ و غیره) با در نظر گرفتن اینکه آیا حدود مقرر برای مقادیر کمیت واقعی از حد فراتر رفته اند یا نه، بروز می کند. راهنمای 106 JCGM ارائه شده است. همچنین به مرجع [۱۸] مراجعه کنید.

۲-۸ لازمه ارزیابی انطباق برای تصمیم گیری درباره اینکه آیا کمیت خروجی یا اندازه ده با یک الزام مشخص شده منطبق است یا نه، اندازه گیری می باشد. برای یک کمیت تک مقدار، چنین الزامی عموماً فرم حد های

ویژگی هایی که یک بازه مقادیر مجاز کمیت را تعریف می کند، به دست می دهد. در غیاب عدم قطعیت، گفته می شود که یک مقدار کمیت اندازه گیری شده که در این بازه قرار گرفته شده است، منطبق است و در غیر این صورت، نامنطبق می باشد. تاثیر عدم قطعیت اندازه گیری بر فرآیند بازرگانی مستلزم تعادل ریسک های بین تولید کننده ها و مصرف کننده ها می باشد.

۳-۸ مقادیر احتمالی کمیت Y مورد نظر با یک توزیع احتمال نمایش داده می شوند. احتمال اینکه Y با ویژگی هایی که توزیع احتمال به ما می دهد و حد های ویژگی ها، منطبق باشد، باید محاسبه شود.

۴-۸ به دلیل اطلاعات ناقص راجع به کمیت Y (آنگونه که در توزیع احتمال رمزدار شده است)، ریسک تصمیم اشتباه در تصمیم گیری انطباق با ویژگیها وجود دارد. این تصمیمات نادرست دو نوع هستند: کمیتی که به عنوان یک کمیت منطبق پذیرفته شده، در واقع ممکن است نامنطبق باشد، و کمیتی که به عنوان یک کمیت نامنطبق مردود اعلام شده است در واقع ممکن است منطبق باشد. ریسک های مربوطه، به ترتیب، به ریسک مصرف کننده و ریسک تولید کننده مرتبط می باشند (به ۱۰۶ JCGM مراجعه کنید).

۵-۸ با تعریف یک بازه پذیرش از مقادیر کمیت اندازه گیری شده مورد قبول، ریسک تصمیم اشتباه مربوط به پذیرش یا رد می تواند تنظیم شود به طوریکه هزینه های مرتبط با این تصمیمات به حداقل برسد. مشکل محاسبه احتمال انطباق و احتمال های دو نوع تصمیم اشتباه، توزیع احتمال داده شده، حد های ویژگی و حد های بازه پذیرش در ۱۰۶ JCGM عنوان شده است. انتخاب حد های بازه پذیرش امری است که به مفاهیم این تصمیمات اشتباه بستگی دارد.

۶-۸ اگرچه توزیع احتمال در بند های ۳-۸ تا ۵ کلی است، در عمل، رفتار برای موارد مهمتر در ۱۰۶ JCGM اختصاصی شده است، برای مثال، زمانی که توزیع، نرمال باشد.

۹ کاربردهای روش کمترین مربعات^۱

۱-۹ راهنمایی بر کاربرد روش کمترین مربعات (که همچنین به عنوان تصحیح^۲ کمترین توان های دوم شناخته می شود) برای مسائل ارزیابی داده ای در اندازه شناسی در [۳] ۱۰۷ JCGM فراهم شده است. در چنین مسائلی

1 -Least-squares method

2- Adjustment

اغلب یک رابطه تئوری اساسی بین یک متغیر مستقل و یک متغیر وابسته وجود دارد. این رابطه اساس یک تصحیح پارامتر یا مسئله منحنی برازش^۱ را تشکیل می‌دهد. کمیت‌های ورودی در مدل اندازه‌گیری مربوطه کمیت‌های هستند که مقادیر اندازه‌گیری شده متغیرهای مستقل و وابسته از آن‌ها نتیجه می‌شود. کمیت‌های خروجی کمیت‌های هستند که پارامترهای مورد نیاز را نمایش می‌دهد. روشی که در آن کمیت‌های خروجی از کمیت‌های ورودی با استفاده از روش اجرایی کمترین توان‌های دوم به دست می‌آید، مدل اندازه‌گیری را تعریف می‌کند.

۲-۹ در واژه نامه کالیبراسیون (به بند ۸-۶ مراجعه کنید)، مقدار کمیت اندازه‌گیری شده یک متغیر مستقل، نوعاً مقدار کمیت اندازه‌گیری شده یک استاندارد اندازه‌گیری خواهد بود. مقدار متغیر وابسته، مقدار نشان دهنی بازگشتی به وسیله سیستم اندازه‌گیری برای مقدار مربوط به متغیر مستقل خواهد بود. در مفهوم منحنی برازش، که شامل کالیبراسیون به عنوان یک مورد خاص می‌باشد، روش اجرایی تنظیم کار برده شده در JCGM 107، یک نسخه کلی از روش اجرایی معمول کمترین مربعات می‌باشد.

۳-۹ تخمین پارامترها (و حتی گاهی اوقات تعداد آن‌ها) از جفت‌های مقادیر کمیت اندازه‌گیری شده و مقادیر نشان دهنی متناظر، امر مهمی است. این جفت‌ها همراه با عدم قطعیت‌های استاندارد مربوط، و در زمان مناسب، کوواریانس‌ها، داده‌های ورودی برای تنظیم را تشکیل می‌دهند.

۴-۹ مسائل اندازه‌گیری نوعی که برای آن‌ها می‌توان JCGM 107 را اعمال کرد، شامل (الف) مسائل منحنی برازش خطی و غیر خطی که شامل موردی می‌شوند که در آن مقادیر متغیر مستقل را به طور ناقص می‌شناسیم، و (ب) برازش^۲ مدل‌های کلی برای تخمین پارامترهای فرآیند فیزیکی، می‌شود. کاربرد JCGM 107 به مسائل منحنی برازش در صریح ترین مفهوم محدود نمی‌شود. همچنین JCGM 107 می‌تواند، برای مثال، در رفتار با مسائل پیچش^۳[۲۱]، تنظیم ثابت‌های بنیادی [۲۲]، ارزیابی مقایسه‌های کلیدی [۹] [مقایسه به کار رود.

۵-۹ برای مسائل نوع الف در بند ۴-۹، سابقاً روش کمترین توان‌های دوم برای تخمین پارامترهای یک تابع کالیبراسیون و ارزیابی عدم قطعیت‌های مربوط و کوواریانس‌ها، به کار برده می‌شده، نتیجتاً سیستم اندازه‌گیری برای اندازه‌گیری استفاده می‌شود. تخمین‌های تابع کالیبراسیون، به همراه یک مقدار نشان دهنی خاص برای

1 -Curve-fitting

2- Fitting

3-Convolution

تخمین کمیت متناظر به کار می رود. عدم قطعیت استاندارد مربوط به این تخمین با استفاده از عدم قطعیت های استاندارد و کوواریانس های مرتبط با تخمین های پارامتر و عدم قطعیت استاندارد مرتبط با مقدار نشان دهی ارزیابی می شوند.

۶-۹ در 107 JCGM تاکید شده است که ساختار عدم قطعیت^۱ باید در زمان فرمول بندی و حل مسئله کمترین توان های دوم، به طور کامل در نظر گرفته شود." ساختار عدم قطعیت" به عدم قطعیت های استاندارد مربوط به مقادیر کمیت اندازه گیری شده و مقادیر نشان دهی و هر کوواریانسی که مربوط به جفت های این مقادیر اشاره می کند.

۷-۹ برای مسائل نوع (ب) بند ۴-۹، یا در صورت تعیین پارامتر ها در مسائل نوع(الف)، مسئله تنظیم به ندرت مسئله ای در مورد فقط یک کمیت خروجی می باشد. بلکه مسئله شامل تعدادی کمیت خروجی می باشد که در آن فرمول بندی ریاضی می تواند به راحتی بر حسب ماتریس ها بیان شود. 107 JCGM کاربرد گسترده ای از مقررات ماتریس ایجاد میکند، که برای راه حل عددی با استفاده در رایانه ، همانگونه که معمولا در عمل مورد نیاز است پذیرفته می شود (به بند ۵-۷ مراجعه کنید).

كتابنامه

- [1] BELL, S. Measurement Good Practice Guide No. 11. A Beginner's Guide to Uncertainty of Measurement. Tech. rep., National Physical Laboratory, 1999. 3.2
- [2] BERNARDO, J., AND SMITH, A. *Bayesian Theory*. John Wiley & Sons, New York, USA, 2000. 3.20
- [3] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, AND OIML. Evaluation of measurement data — Applications of the least-squares method. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 107, in preparation. 1, 9.1
- [4] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, AND OIML. Evaluation of measurement data — Concepts and basic principles. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 105, in preparation. 1, 4.1
- [5] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, AND OIML. Evaluation of measurement data — Supplement 2 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Models with any number of output quantities. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 102, in preparation. 1, 6.1, 7.5.2
- [6] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, AND OIML. Evaluation of measurement data — Supplement 3 to the "Guide to the expression of uncertainty in measurement" — Modelling. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 103, in preparation. 1, 6.1, 6.2
- [7] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, AND OIML. Evaluation of measurement data — The role of measurement uncertainty in conformity assessment. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 106, in preparation. 1, 8.1
- [8] CASELLA, G. C., AND BERGER, R. L. *Statistical Inference*. Duxbury Press, Pacific Grove, 2001. Second Edition. 7.3.1
- [9] COX, M. G. The evaluation of key comparison data. *Metrologia* 39 (2002), 589–595. 9.4
- [10] COX, M. G., AND HARRIS, P. M. SSfM Best Practice Guide No. 6, Uncertainty evaluation. Tech. Rep. DEM-ES-011, National Physical Laboratory, Teddington, UK, 2006. 7.3.1, 7.3.2
- [11] COX, M. G., AND HARRIS, P. M. Software specifications for uncertainty evaluation. Tech. Rep. DEM-ES-010, National Physical Laboratory, Teddington, UK, 2006.
- [12] DIETRICH, C. F. *Uncertainty, Calibration and Probability*. Adam Hilger, Bristol, UK, 1991. 7.3.1
- [13] ELSTER, C. Calculation of uncertainty in the presence of prior knowledge. *Metrologia* 44 (2007), 111–116. 3.20
- [14] EURACHEM/CITAC. Quantifying uncertainty in analytical measurement. Tech. Rep. Guide CG4, EU-RACHEM/CITEC,[EURACHEM/CITAC Guide], 2000. Second edition.
- [15] FELLER, W. *An Introduction to Probability Theory and its Applications, Volume I*. Wiley, 1968.
- [16] FELLER, W. *An Introduction to Probability Theory and its Applications, Volume II*. Wiley, 1971.
- [17] HIBBERT, D. B. *Quality Assurance for the Analytical Chemistry Laboratory*. Oxford University Press, Oxford, UK, 2007.
- [18] IEC. IEC Guide 115. Application of uncertainty of measurement to conformity assessment activities in the electrotechnical sector. International Electrotechnical Commission, Geneva, Switzerland, 2007. 8.1
- [19] ISO. ISO 10576-1. Statistical methods — Guidelines for the evaluation of conformity with specified requirements — Part 1: General principles, 2003. International Standards Organization, Geneva. 8.5
- [20] ISO/IEC. ISO/IEC 17025. General requirements for the competence of testing and calibration laboratories, 2005. International Standards Organization, Geneva.
- [21] KORCZYNSKI, M. J., COX, M. G., AND HARRIS, P. M. Convolution and uncertainty evaluation. In *Advanced Mathematical Tools in Metrology VII* (Singapore, 2006), P. Ciarlini, E. Felipe, A. B. Forbes, and F. Pavese, Eds., World Scientific, pp. 188–195. 9.4
- [22] MOHR, P. J., AND TAYLOR, B. N. CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2002. *Rev. Mod. Phys.* 76 (2004), 4. 9.4

- [23] NIST. Uncertainty of measurement results.
- [24] POSSOLO, A., AND TOMAN, B. Assessment of measurement uncertainty via observation equations. *Metrologia* 44 (2007), 464–475. 3.20
- [25] RICE, J. R. *Mathematical Statistics and Data Analysis*, second ed. Duxbury Press, Belmont, Ca., USA, 1995. 7.3.2
- [26] WEISE, K., AND WÖGER, W. A Bayesian theory of measurement uncertainty. *Meas. Sci. Technol.* 3 (1992), 1–11. 4.8